1 Chomsky-Hierarchie

Chomsky	Wortproblem	Definition	Bsp	Maschinenmodell
Typ 0	semi-entscheidbar	$G = (\Sigma, V, S, R)$ $R beliebig$	universelle Sprache	NTM/DTM akzeptiert L
Typ 1	NP-Schwer	$u \to v, \|u\| \leq \|v\|$ $u \in V^+, S \notin V$ $S \to \epsilon$	$L = \{a^i b^i c^i \| i \leq 1\}$	NTM mit Platzbedarf n erkennt Wörter der Länge n in L $\Rightarrow NTAPE(n)$
Typ 2	polynomiell	$A \to v, A \in V$ $v beliebig$	$L = \{a^i b^i \| i \leq 1\}$	CYK-Alg. erkennt L in polynom. Zeit, Chomsky
Typ 3	linear	$A \to v, A \in V$ $V \in \epsilon \cup \Sigma \cdot V$	$L = \{a^i \| i \leq 1\}$	NEA/DEA erkennt L

1.1 Automaten

DEA $A = (Q, \Sigma, \delta : Q \times \Sigma \to Q, s \in Q, F \subseteq Q)$
NEA $A = (Q, \Sigma, \delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\} \to 2^Q, s \in Q, F \subseteq Q)$
NPDA $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0 \in Q, \delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \to 2^{Q \times \Gamma *}, F \subseteq Q)$
DPDA
DTM $M = (Q, \Sigma, \sqcup \notin \Sigma, \Gamma \supseteq \Sigma \cup \{\sqcup\}, s \in Q, \delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R, N\}, F \subseteq Q)$
NTM $M = (Q, \Sigma, \sqcup \notin \Sigma, \Gamma \supseteq \Sigma \cup \{\sqcup\}, s \in Q, \delta : Q \times (\Gamma \cup \{\epsilon\}) \to 2^{Q \times \Gamma \times \{L,R,N\}}, F \subseteq Q)$

1.2 Pumping-Lemma

Erfüllt:

"∃" Wähle $n = 2$

"∀" Betrachte beliebiges $w \in L$ mit $|w| > 2$

"∃" Wähle zerlegung $w = uvx$ mit $u = \epsilon, v = aa, x = a^{2(j-1)}$

"∀" Für alle $i \in \mathbb{N}_0 : uv^i x = a^{2i} a^2 (j-1) = a^{2(i+j-1)} \in L$

Widerlegen:

"∃" Wähle $n = 2$

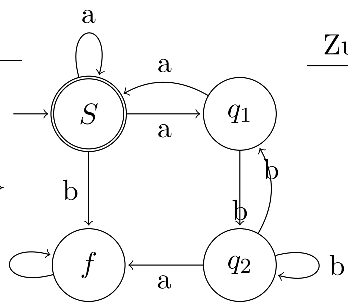
"∀" Betrachte beliebiges $w \in L$ mit $|w| > 2$

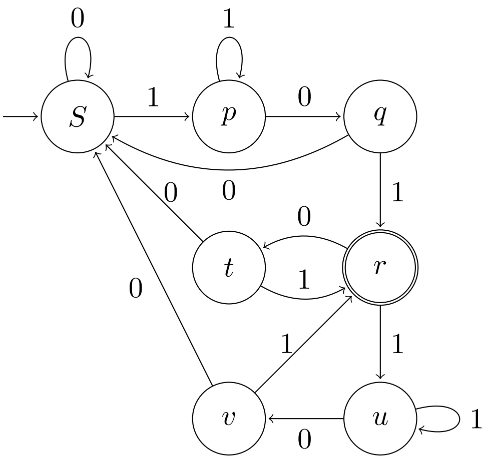
"∃" Wähle zerlegung $w = uvx$ mit $u = \epsilon, v = aa, x = a^{2(j-1)}$

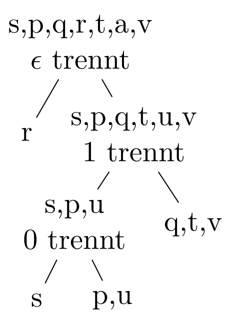
"∀" Für alle $i \in \mathbb{N}_0 : uv^i x = a^{2i} a^2 (j-1) = a^{2(i+j-1)} \in L$

1.2.1 Potenzmengenkonstuktion NEA → DEA

Zustand	a	b
$\{\underline{s}\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{\underline{s}, q_1\}$	$\{s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{f\}$
$\{f, q_2\}$	$\{f\}$	$\{f, q_1, q_2\}$
$\{f, \underline{s}\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f\}$
$\{f, \underline{s}, q_1\}$	$\{f, s, q_1\}$	$\{f, q_2\}$

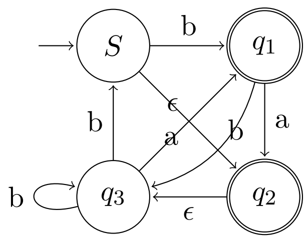




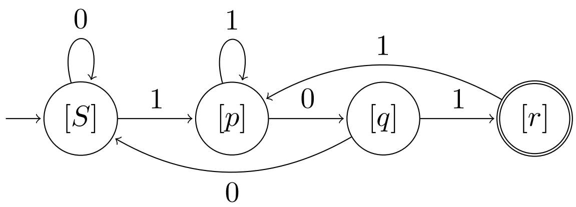


1.2.2 Entfernen von ε-Übergängen

Zustand	a	b
S	q_1	S, q_1, q_2, q_3
q_1	q_2, q_3	q_3
q_2	q_1	S, q_2, q_3
q_3	q_1	S, q_2, q_3



1.3 Minimierung von Automaten



1.4 Nerode-Relation

1.5 Chomsky-NF

1. ersetze alle $a \in \Sigma$ in regeln durch neue Variable Y_a und füge $Y_a \to a$ hinzu.
2. ersetze $A \to B_1 ... B_m$ mit $m > 2$ durch $A \to B1C1, C_i \to B_{i+1}C_{i+1}, C_{m-2} \to B_{m-1}B_m$ für $1 \leq i < m - 2$
3. (a) Finde die Menge V' aller Variablen A für die $A \to^* \epsilon$ existiert
   (b) Streiche alle Regeln $A \to \epsilon$; Für $A \to BC$ füge ein $A \to B falls C \in V'$, $A \to B falls B \in V'$
4. (a) Finde alle Kreise $A_1 \to A_2 \to ... \to A_n \to A_1$. Ersetze alle A_i durch A_1 (rechts und links)
   (b) Für jede regel $A \to B$ und jede Regel $B \to C$ füge Regel $A \to C$ hinzu, lösche Regel $A \to B$

Falls $S \to^* \epsilon$ existierte, füge Startsymbol S' mit Regel $S' \to S|\epsilon$ hinzu.

2 Kellerautomaten

3 NP-Vollständigkeit

Falls $L_1, L_2 \in NP, L_1 \propto L_2$ und L_1 NP-Schwer, dann ist auch L_2 NP-Schwer. "reduziere polynomiell von L_1 auf L_2"

3.1 $4COLOR \in NP$

Einen Lösungsvorschlag können wir in $O(|E|)$ verifizieren, indem wir für jede Kante $\{u, v\}$ überprüffen, ob $c(u) \neq c(v)$.

3.2 $3COLOR \propto 4COLOR$

3.2.1 Transformation

Sei $G = (V, E)$ eine 3COLOR Instanz. Erstelle dann eine 4COLOR Instanz $G' = (V', E')$ mit $V' = V \cup \{u\}, E' = E \cup \{\{w, u\}|u \in V\}$. Die Transformation ist polynomial.

3.2.2 Äquivalenz/Korrektheit

Sei $G = (V, E)$ eine 3COLOR Instanz mit Lösung c. Dann ist c'(u) = c(u), u ∈V mit c'(w) = 3 eine Lösung für die 4COLOR Insanz G', da nach Voraussetzung kein Nachbar von w die farbe 3 haben kann.

Sei $G' = (V', E')$ eine 4COLOR Instanz mit Lösung c. Dann ist $c = c'|_v$ eine Lösung für die 4COLOR Instanz G' da per Konstruktion kein Knoten die leiche Farbe wie w haben kann.

4 Approximationsalgorithmen

Approximationsalforithmen	Minimierungsproblem	Maximierungsproblem
Absolute Approxomation (additiver Fehler)	$A(I) \leq OPT(I) + K$	$A(I) \geq OPT(I) - K$
Relative Approxomation (multiplikativer Fehler)	$A(I) \leq OPT(I) \cdot K$	$A(I) \geq \frac{OPT(I)}{K}$
$R_A(I)$	$\frac{A(I)}{OPT(I)}$	$\frac{OPT(I)}{A(I)}$

Beweis mit nicht absolut approximation

Entscheidbar / Semi-Entscheidbar / Unentscheidbar / Akzeptiert

5 Huffman-Kodierung